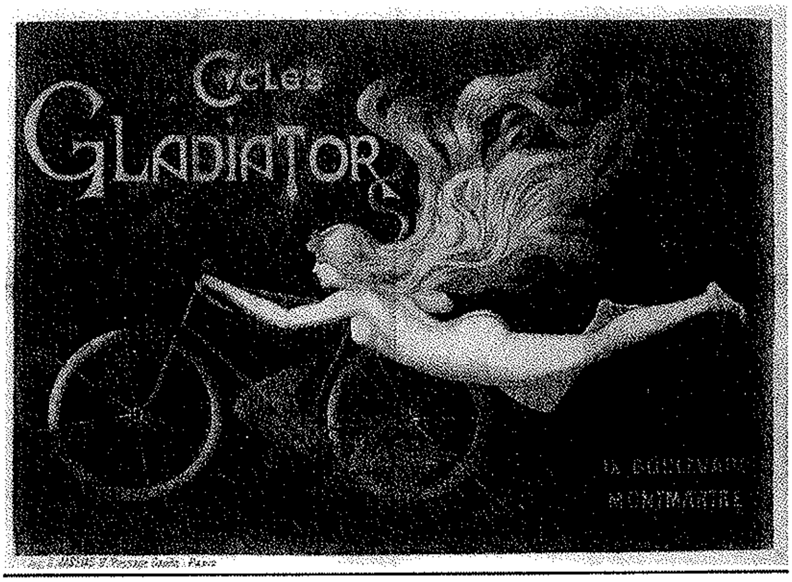


Matematica e creatività a scuola con Cabri

Maria Carla Palmeri

Sunto Partendo da considerazioni teoriche sull'importanza della componente irrazionale e creativa nella ricerca matematica e nell'apprendimento stesso della matematica, si mostra come l'uso di software di geometria dinamica a scuola possa dare la possibilità di sviluppare capacità importanti quali la creatività, la fantasia, il ragionamento induttivo, il gusto per la ricerca e la scoperta. In particolare presento alcune sperimentazioni che ho realizzato a scuola facendo usare Cabri a studenti di 11, 12 e 13 anni.

Abstract We start with theoretical considerations on the importance of the irrational and creative aspects in the mathematical research and in the learning process of mathematics. We then show how the use of dynamic geometry software at school can help to develop important skills such as creativity, imagination, inductive reasoning and penchant for research and discovery. In particular, we present some experiments made at school by using Cabri with 11, 12 and 13 years old students.

Maria Carla Palmeri mariacarla.palmeri@gmail.com mariacarla-palmeri.blogspot.com

Il pensiero creativo in matematica

E' vero che nella matematica domina la razionalità? Secondo gli stereotipi della nostra cultura la matematica appartiene a un mondo arido, fatto di numeri, operazioni, figure geometriche, formule e così via, un mondo che richiede rigore logico, precisione, razionalità e non lascia spazio alla creatività e alla fantasia. Non solo: il valore che si attribuisce alla matematica è spesso proprio quello di abituare al rigore, al controllo, al rispetto delle regole. Questo sottintende un pensiero: diventare adulti, crescere, significa diventare razionali.

Se si parte invece da un'immagine diversa della realtà umana, e si dà quindi valore e spazio alla componente irrazionale, intuitiva e pulsionale degli uomini, si scopre anche che la natura della matematica non è soltanto razionale. Il processo che porta il matematico a fare una scoperta coinvolge aspetti umani che a volte sono tutt'altro che logici e razionali.

Henri Poincaré, grande matematico, fisico e filosofo francese dei primi del novecento, spiega con queste parole le modalità della sua personale esperienza creativa:

"Quel che lascia più colpiti è il fenomeno di queste improvvise illuminazioni, segno manifesto di un lungo lavoro inconscio precedente; il ruolo di questo lavoro inconscio nell'invenzione matematica mi pare incontestabile (...). Spesso quando si lavora ad un problema difficile, la prima volta che ci si mette all'opera non si combina nulla di buono; a questo punto ci si concede un periodo di riposo più o meno lungo, per poi sedersi di nuovo a tavolino. Per la prima mezzora si continua a non trovare nulla, ma poi, tutt'a un tratto, viene in mente l'idea risolutiva. Verrebbe da dire che il lavoro cosciente è stato più proficuo perché lo si è interrotto e il riposo ha dato vigore e freschezza alle facoltà mentali, è invece più probabile che nel corso di quel periodo di riposo si sia svolto un lavoro inconscio, il cui frutto si è rilevato solo in un secondo tempo." [1]

Partendo da queste osservazioni su se stesso e su come si alimentano e si stimolano l'intuizione e la creatività nell'ambito della matematica, Poincaré arriva a ipotizzare la superiorità dell'io inconscio sul pensiero cosciente. Continuo con le sue parole:

" (...) l'io inconscio non è affatto inferiore all'io cosciente, non è puro automatismo, è capace di discernimento, ha sensibilità, delicatezza; sa

1 J. H. Poincaré, *Scienza e metodo*, Einaudi, Torino, 1997, p. 45.

scegliere, sa intuire. Anzi, sa intuire meglio dell'io cosciente, perché riesce laddove quello fallisce. Per farla breve, l'io inconscio non è forse superiore all'io cosciente?"[2]

Questo pensiero apre un tema enorme, mi rendo conto. Seguendo le linee di Marco Pettini[3], che studia in dettaglio la psicologia della ricerca scientifica, si possono analizzare numerosissime testimonianze di grandi matematici analoghe a quelle di Poincaré e metterle in relazione con le attuali teorie sulla realtà umana. Il tema è davvero grande. Al momento intendo solo nominarlo, dire che esiste, e sottolineare il fatto che è alla base del mio lavoro di insegnante a scuola. Sono convinta che l'aspetto inconscio e irrazionale proprio della ricerca matematica ha implicazioni importanti in particolare nell'insegnamento. Non è puramente razionale la ricerca matematica e non può essere unicamente razionale il processo che porta a imparare la matematica.

In questa società domina però il pensiero secondo il quale bisogna contenere la realtà interna perché è irrazionale, sconosciuta, incontrollata, e quindi pericolosa. Succede allora che nonostante nei bambini e negli adolescenti il mondo interno, inconscio, affettivo, sia ancora molto vitale, a scuola questo mondo difficilmente viene fatto esistere. Normalmente viene promossa l'identificazione dei bambini con gli adulti, e non l'originalità e la creatività. Così anche la matematica, per come viene spesso insegnata nelle nostre scuole, è un insieme di regole, metodi e tecniche che bisogna imparare e saper applicare. A scuola la matematica viene considerata un esercizio puramente razionale che non coinvolge la sfera emotiva, creativa e affettiva degli alunni. In questo modo i ragazzi, nel "migliore" dei casi, imparano a fornire le risposte che l'insegnante si aspetta, a risolvere esercizi del tutto simili a quelli trattati in classe, a ripetere nozioni senza porsi domande e senza pensare. Oppure, come spesso avviene, rifiutano e odiano la matematica perché la sentono lontana dal loro mondo fatto di emozioni, intuizioni, affetti.

L'insegnamento della matematica dovrebbe invece coinvolgere la fantasia e la creatività dei ragazzi, e cercare di valorizzare, esplorare e nutrire il loro mondo interno. La conoscenza matematica non si costruisce imparando i dettagli di tante teorie, ma osservando, sperimentando, cercando. La le-

2 *Op. cit.*, p. 47.

3 M. Pettini, "Una rosa a Fleming". Teorie scientifiche della natura e della realtà umana, in *Il sogno della farfalla*, N.1, 2009, pp. 5-28.

zione dovrebbe essere un momento di crescita e di ricerca. L'insegnante dovrebbe condurre senza imporre, e per farlo deve avere il coraggio e la fantasia di non seguire schemi prestabiliti. Agli alunni non basta osservare e ascoltare spiegazioni: è necessario anche "fare matematica", "sporcarsi le mani", facendo tentativi ed errori in modo da sviluppare un atteggiamento creativo ed esplorativo, proprio della matematica. Inoltre la costruzione di un pensiero critico e creativo rende gli uomini capaci di interpretare la complessità della realtà, di intervenire e di realizzarsi. In questo modo l'insegnamento si arricchisce di un valore umano e sociale senza il quale la scuola diventa un luogo arido e noioso dove viene soffocata la fantasia dei ragazzi e viene promossa la razionalità e la passività.

Software di geometria dinamica per stimolare la creatività e l'analisi intuitiva

La matematica non è una scienza empirica. E' certamente legata al reale, perché nasce dal rapporto dell'uomo con la realtà, ma gli oggetti della matematica non sono reali, sono astratti.

Poiché l'astrazione si forma gradualmente, a partire dalle capacità logiche di base che i bambini sviluppano interagendo con il mondo che li circonda, l'insegnamento della matematica a scuola deve in qualche modo rapportarsi con il vissuto degli alunni, con la loro percezione profonda e inconscia dello spazio e del tempo. Spesso è proprio la mancanza di certe categorie spazio-temporali di base che rende estremamente difficile portare gli alunni a immaginare e manipolare gli oggetti matematici.

Gli studenti che arrivano in prima media, da quello che ho potuto vedere a scuola, non hanno nella maggioranza dei casi un rifiuto per la matematica e per l'astrazione. Tuttavia, se nel fare algebra riescono a generalizzare e ad intuire le dinamiche, hanno spesso grosse difficoltà con la geometria. I problemi stessi che si trovano nei libri di testo di geometria non sono di aiuto, nel momento in cui nascondono dietro a parole e numeri la struttura e l'essenza degli oggetti geometrici. Penso possa invece essere importante abituare i ragazzi a lavorare anche senza numeri, utilizzando cioè solo le immagini geometriche, i simboli e l'algebra. In questo modo diventa più probabile che gli studenti riescano a rappresentare e manipolare gli oggetti geometrici senza perderne il significato. Inoltre un procedimento di questo tipo può essere più facilmente riutilizzabile e generalizzabile.

D'altra parte non credo che si possa, soprattutto alle medie, presentare la matematica solo con ragionamenti astratti e formali. Esercizio di primaria importanza è, secondo me, far esercitare i ragazzi a cogliere e ad intuire la struttura generale e l'essenza di ciò che osservano. Questa attività, che spesso lavora inconsciamente, è talvolta addirittura ostacolata dalla formalizzazione rigorosa.

Oggi la tecnologia offre strumenti nuovi che possono aiutare a lavorare in questa direzione. In particolare i software geometrici favoriscono una rappresentazione più concreta degli oggetti geometrici, aiutando a superare le difficoltà sia di astrazione, che di manipolazione delle stesse rappresentazioni.

Con un software di geometria dinamica gli studenti possono creare oggetti geometrici e assemblarli per realizzare delle costruzioni fantasiose. Le figure che si ottengono non sono statiche ma si deformano pur rispettando alcuni vincoli necessari per la costruzione. In questo modo è possibile intuire e sperimentare direttamente leggi e proprietà geometriche.

Questa continua attività di costruzione, interazione e trasformazione, attiva molto l'attenzione e l'interesse dei ragazzi. Sono loro ad agire e costruire, e ciò stimola fortemente la loro creatività e immaginazione. Inoltre possono avere un controllo diretto delle loro azioni, rendersi conto di errori, apportare modifiche e correzioni *smanettando*.

Sono molte le possibilità didattiche che offrono i software di geometria dinamica, e sono ampiamente studiate e analizzate[4]. Nelle pagine che seguono riporto la mia esperienza a scuola con il software di geometria dinamica Cabri.

4 Una trattazione vasta e approfondita si può trovare in *Seminari di Geometria Dinamica*, a cura di Giuseppe Accascina ed Enrico Rogora. In particolare Mario Barra nella sua esposizione fa emergere come i software di geometria dinamica possono esercitare la creatività e il ragionamento personale e induttivo, *Seminari di Geometria Dinamica*, 2010, pp. 63-110.

Il magico mondo di Cabri

Dopo questa breve introduzione di carattere teorico presento le attività che ho svolto a scuola con Cabri in prima, seconda e terza media (quindi con ragazzi di 11, 12 e 13 anni).

Cabri è un software di geometria dinamica che permette di realizzare, modificare e animare costruzioni geometriche in modo molto semplice e intuitivo. Si tratta di un programma ampiamente riconosciuto nel mondo per la sua validità didattica. Tra i diversi programmi di geometria dinamica esistenti Cabri ha il vantaggio di avere un'interfaccia molto intuitiva, pensata per essere usata a scuola da bambini e ragazzi. Inoltre offre anche strumenti avanzati con i quali si possono realizzare costruzioni molto complesse.

Una costruzione con Cabri si ottiene attraverso una determinata sequenza di comandi. Alla fine una parte del disegno può essere nascosta e resta soltanto quello che vogliamo si veda. Possiamo interagire con la costruzione, muoverla, animarla, *farla ballare,* e questa si sposterà e deformerà a seconda dei vincoli geometrici che via via sono stati creati nella costruzione. Dietro a questo lavoro c'è un'attività matematica: la costruzione dimostra che quell'oggetto dinamico mantiene le sue proprietà. Non è una dimostrazione utile, ma è bella e personale. Da questa esperienza gli studenti possono cogliere il piacere di creare, attraverso un procedimento geometrico rigoroso e impegnativo, oggetti belli e interessanti. Ciò favorisce la percezione di una immagine diversa della matematica: non un sapere che, almeno a scuola, viene spesso presentato in modo freddo e arido ma un fare personale, creativo e appagante.

Tempi e modalità

Le attività di laboratorio richiedono tempo. Io ho deciso di dedicare all'attività con Cabri un'ora a settimana, per tutti i nove mesi di scuola. La cadenza settimanale è una conferma per gli studenti del fatto che l'attività non sparisce. Questo aspetto è importante perché altrimenti si rischia di far vivere le attività come un *furto*, mentre per imparare è necessario star bene e fidarsi dell'insegnante.

L'ora di Cabri è un'ora sempre molto attesa dagli studenti, un momento intoccabile e speciale. Stare al computer piace molto ai ragazzi, inoltre l'aspetto dinamico e interattivo di Cabri è vicino al linguaggio al quale loro sono abituati. I ragazzi prendono in fretta confidenza con gli strumenti del programma, si appassionano, si entusiasmano, si innamorano letteralmente di Cabri. Inoltre in qualche modo si calmano, perché si sentono appagati dalla considerazione dell'insegnante e si rendono conto che hanno un'occasione da non buttare via, quella di imparare divertendosi.

L'attività di laboratorio diventa quindi una parte importante dell'anno: gli studenti lavorano al computer con impegno ed entusiasmo, e col tempo scoprono un nuovo modo di rapportarsi con la scuola, fatto di sperimentazione, partecipazione, creatività e coinvolgimento emotivo. Piano piano si forma nella mente dei ragazzi un "mondo" di immagini, movimenti, trasformazioni, nel quale pensare e costruire le forme geometriche. Durante le lezioni in aula mi rendo conto che quel mondo non solo esiste nella mente dei ragazzi, ma rende possibile una nuova comunicazione tra di loro e con me. Succede frequentemente che gli studenti, specialmente i più piccoli, per farsi capire, formulare un'ipotesi, fare una domanda, facciano riferimento a Cabri. E anche a me capita che per farmi capire mimo l'uso dei comandi del programma, perché ormai quel linguaggio è noto e accettato da tutti.

Durante le esercitazioni al computer gli alunni lavorano a coppie. Questa modalità è dettata dalle condizioni dei laboratori, dove il numero dei computer non copre neanche lontanamente il numero degli alunni. In ogni caso, far lavorare a coppie non necessariamente influisce negativamente sull'attività, anzi dà spazio a dinamiche didatticamente e umanamente interessanti. L'attività diventa un momento di socializzazione nel quale gli alunni si trovano a cooperare, aiutarsi reciprocamente, confrontare e scambiare idee e conoscenze. In alcuni casi il lavoro a coppie facilita anche l'integrazione di alcuni ragazzi e crea una maggiore comunicazione e unione all'interno della classe. Inoltre questa modalità rende decisamente più fattibile per me riuscire ad andare da un computer a un altro per seguire e aiutare tutta la classe durante l'attività.

Ciascuna coppia riceve ad ogni esercitazione una nuova scheda di lavoro (vedi allegati). Durante l'attività gli alunni devono collaborare in questo modo: uno legge le istruzioni della scheda e l'altro le esegue al computer, alternandosi. All'inizio è necessario indicare chiaramente i turni, ma dopo poche settimane il meccanismo, almeno per la maggior parte delle coppie, diventa automatico e trovano da soli il giusto equilibrio. In questo modo si diminuisce la probabilità che qualcuno resti passivo nel lavoro: anche chi non ha il mouse in mano ha la responsabilità di leggere le istruzioni e di collaborare al lavoro del compagno. Inoltre, discutendo e ragionando insieme, devono provare a rispondere ad alcune domande che spesso inserisco nella scheda, soprattutto nei primi mesi, quando è importante renderli consapevoli dei nuovi strumenti ed è necessario per me avere un riscontro da analizzare e studiare.

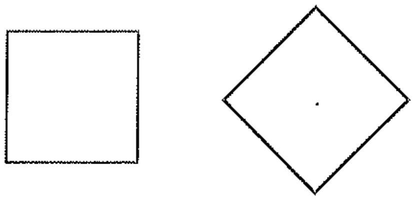
Il movimento

Nel progettare le varie attività al computer cerco di privilegiare il più possibile l'interazione dinamica con il disegno e l'aspetto del movimento fisico, per consentire agli allievi di cogliere e rielaborare quanto più autonomamente le proprietà di determinate figure e costruzioni geometriche.

Il movimento, che apparentemente sembra aggiungere "rumore" alle costruzioni geometriche, in realtà mette in evidenza le proprietà che restano invariate, sempre e comunque, nella trasformazione dinamica. Le proprietà che "sopravvivono" al movimento sono proprietà caratteristiche di quel tipo di costruzione. Ad esempio, se le tre mediane di un triangolo si incontrano sempre in un punto, anche deformando il triangolo, vuol dire che quel punto rappresenta una proprietà del triangolo. Una tale intuizione difficilmente può essere colta osservando un disegno statico fatto su carta, nel quale non ci sono caratteristiche visivamente più significative di altre.

L'aspetto dinamico di Cabri, inoltre, arricchisce il significato stesso di alcuni oggetti geometrici. Ad esempio un quadrato è "davvero" un quadrato se muovendolo mantiene i lati e gli angoli uguali: tirando un vertice magari aumenta il lato ma le proprietà del quadrato restano perché rappresentano le proprietà che mi hanno permesso di costruirlo. Gli oggetti assumono cioè un significato dinamico, concetto che non esiste nella visione classica e statica della geometria. Questo aspetto da una parte rende più concreti e interessanti gli oggetti, dall'altra aiuta ad astrarne le proprietà invarianti. Gli studenti cioè si esercitano, spesso in maniera inconscia, a cogliere la struttura intrinseca degli oggetti geometrici determinata dai vincoli della costruzione.

Tornando all'esempio del quadrato, capita spesso che i bambini che arrivano in prima media se messi di fronte alle figure riportate di seguito sono convinti che solo la prima è un quadrato e che la seconda no, "perché è un rombo".



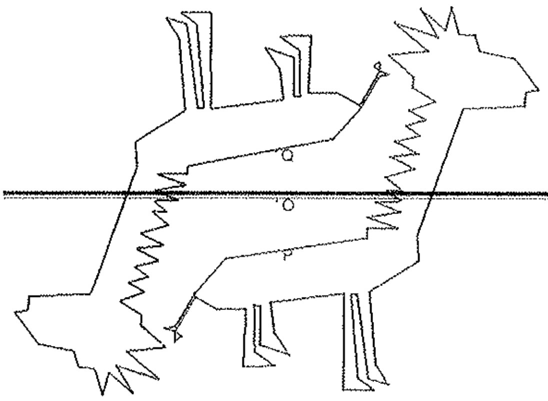
Questo quesito - analizzato da Bruno d'Amore[5] - mette in luce un problema legato alla staticità della geometria insegnata a scuola.

Sicuramente Cabri aiuta a superare questo tipo di difficoltà. In particolare, dopo aver più volte trascinato le figure al computer, agli studenti risulta del tutto evidente che ci sono proprietà da imporre o da scoprire che restano invariate.

Linee e immagini

La scelta delle figure da far costruire ai ragazzi è molto importante. In un disegno ogni linea e forma ha un grande significato perché realizza l'identità di chi la crea. Penso sia fondamentale non trascurare questo aspetto e cercare di far in modo che i ragazzi nell'utilizzare Cabri possano trovare lo spazio per esprimere la propria creatività e fantasia. E' quindi importante cercare oggetti geometrici che i ragazzi abbiano la possibilità di personalizzare e sentire in modo affettivo. E' possibile far disegnare figure geometriche che rappresentano oggetti reali (squali, cani, pesci rossi, omini, macchine,...) oppure figure che, proprio perché astratte, sono in qualche modo interessanti, stimolanti ed esteticamente eleganti (spirali, stelle, frattali,...). Rispetto alle figure geometriche che si trovano normalmente sui testi di geometria (triangoli, trapezi, cerchi,...) la costruzione di forme che divengono cariche di un contenuto affettivo ed emotivo coinvolge tutti gli alunni, anche quelli meno interessati alla matematica, ed attiva di più la mente perché stimola l'immaginazione. Certamente questo lavoro richiede tempo: i ragazzi devono poter avere la calma di disegnare i dettagli delle loro costruzioni, scegliere e provare diverse colorazioni e sperimentare varianti. Più facilmente in questo modo possono esprimere la loro creatività e originalità.

[5] B. D'Amore, *Elementi di Didattica della Matematica*, Pitagora Editrice, Bologna, 1990, pp. 140-141.



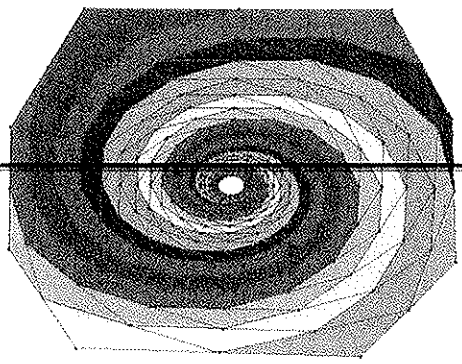


Fig. 1. Figure fantasiose e forme astratte realizzate in seconda e prima media.

Questo tipo di attività aiuta anche a valorizzare e rafforzare la ricerca dell'armonia, dell'eleganza e della bellezza. Questo aspetto è molto importante nello sviluppo della personalità. Non solo, infatti, vengono soddisfatte delle naturali esigenze estetiche ed artistiche, ma viene anche stimolato il gusto per la ricerca e la sperimentazione.

Ho notato, inoltre, che i ragazzi non si sentono limitati dalle schede di lavoro, anzi sono attratti dalle proposte dell'insegnante e si appassionano nel momento in cui possono realizzarle e metterci del loro. Si crea in qualche modo un'unione e una fusione tra le idee dell'insegnate e la fantasia dei ragazzi.

Animazione e gioco

Con Cabri è possibile animare le figure, ovvero fare in modo che si muovano da sole per l'azione di "molle". L'animazione è uno degli strumenti preferiti dai ragazzi perché rende le costruzioni divertenti e curiose. Si può anche far lasciare una traccia degli oggetti che si muovono, creando così situazioni interessanti da osservare e interpretare. Di fronte alle animazioni alcuni ragazzi ridono, altri restano ipnotizzati, altri ancora mi chiamano per condividere l'emozione. Questo momento di stupore e gioco è una parte importante dell'attività, perché rende i ragazzi più coinvolti, partecipi e motivati.

Sono convinta, inoltre, che i momenti di gioco, ricchi per gli studenti di emozioni e sensazioni, siano umanamente molto importanti perché in qualche modo aiutano a far nascere e crescere un'attività di sviluppo dell'amore per l'insegnante, lo studio, la cultura e la matematica.

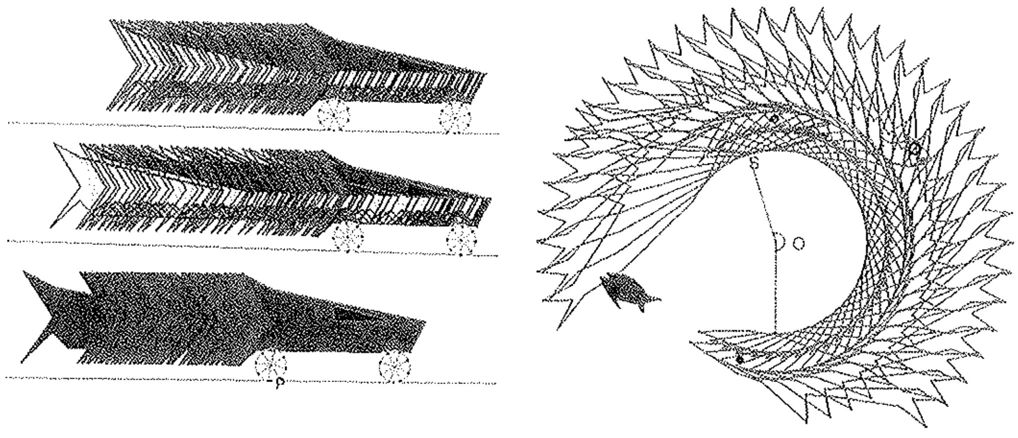


Fig. 2. Animazioni realizzate da bambini di prima media.

Le macro: inventiamo noi i comandi

Costruzioni più complesse come i frattali di Sierpinski, il fiocco di neve, l'albero di Pitagora e la scatola frattale, le faccio realizzare ai ragazzi dopo aver introdotto le macro di Cabri. All'inizio non sapevo come gli studenti avrebbero reagito di fronte all'uso di questo strumento, concettualmente più complesso di altri. Ho potuto piacevolmente constatare che per tutti, anche i ragazzi che normalmente facevano più fatica con l'astrazione, è stato molto semplice e immediato capire il meccanismo delle macro ed assolutamente stimolante rendersi conto di poter inventare dei comandi e di poterli poi usare per arrivare a costruire figure che altrimenti sarebbe stato impossibile disegnare. Sono convinta che, anche se a livello del tutto intuitivo, l'uso delle macro può aiutare a formare una corretta immagine del concetto di funzione. Scegliere gli oggetti iniziali e gli oggetti finali di una costruzione, dare un nome alla legge che associa gli uni agli altri, ed applicare ripetutamente questa legge in modo opportuno è, infatti, un modo concreto e diretto per visualizzare il concetto di funzione.

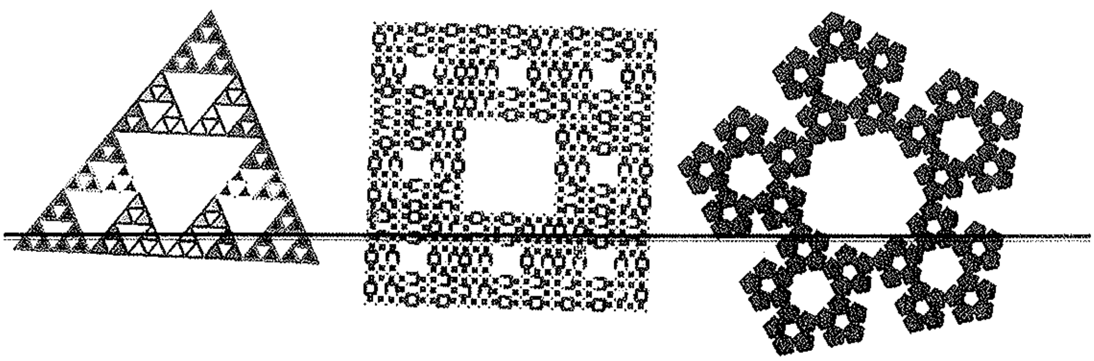


Figura 3. *Triangolo, quadrato e pentagono di Sierpinski*. Costruzioni realizzate con le macro da studenti di prima e seconda media.

Attraverso il linguaggio di Cabri diventa anche possibile far sperimentare direttamente ai ragazzi gli aspetti basilari della programmazione: l'uso di comandi, la scomposizione di un problema in componenti e la definizione e applicazione di procedure.

I ragazzi possono ricercare nelle immagini da loro create le varie fasi che le hanno composte e, con l'aiuto dell'insegnante, analizzarle, individuarne le dipendenze e riorganizzarle. Su questo si potrebbe lavorare molto, e potrebbe essere particolarmente interessante. Si tratta di un'attività mentale che arricchisce indubbiamente la formazione dei ragazzi e che offre loro strumenti che potranno riutilizzare in seguito. Secondo me ha senso anche andare oltre e sperimentare alle medie l'uso di veri e propri linguaggi di programmazione.

Verifica e auto-correzione

Durante le esercitazioni i ragazzi, anche quelli meno interessati alla matematica, sono sempre molto attivi e fortemente motivati. Seguono scrupolosamente le schede e sono attenti a non fare errori perché ci tengono ad arrivare in fondo alla nuova costruzione. Inoltre, dopo qualche esercitazione, si abituano a verificare la correttezza del loro lavoro usando il trascinamento, cioè verificando se certe proprietà geometriche (perpendicolarità, appartenenza, parallelismo, congruenza,...) che ci si aspetta debbano restare anche modificando gli oggetti liberi della costruzione, si conservano effettivamente. Col tempo la maggior parte di loro impara anche a correggere autonomamente gli errori, senza il bisogno del mio aiuto. Questa attività di continua verifica e controllo, oltre ad esercitare l'osservazione e l'autocorrezione, rende i ragazzi maggiormente padroni del loro lavoro, quindi più sicuri e appassionati.

Dopo aver sperimentato la costruzione di oggetti via via più complessi e interessanti, nei ragazzi si crea un legame inconscio tra correttezza e bellezza. Nella mente dei ragazzi si forma l'idea che ogni costruzione ha una sua storia dalla quale dipende il risultato. La storia è la sequenza dei comandi utilizzati per crearlo. Da questa storia dipende non solo ciò che si vede della costruzione ma anche la sua struttura interna, nascosta, che è ancora più importante perché ne determinerà i movimenti. Se la storia, a volte frutto di tentativi ed errori, è corretta ci si aspetta che i movimenti saranno eleganti e composti, perché ben sostenuti dalla loro struttura interna. Ed è proprio la naturalità e pulizia del movimento che renderà la costruzione come "viva".

Le costruzioni: alcuni esempi

La scelta delle costruzioni da far realizzare ai ragazzi segue essenzialmente le seguenti idee. Le costruzioni devono essere alla portata degli studenti ma devono anche richiedere impegno; devono avere un preciso contenuto di carattere matematico, anche non strettamente geometrico; devono affrontare un tema che, salvo poche eccezioni, corrisponde agli argomenti che si stanno sviluppando in aula; devono in qualche modo catturare l'interesse dei ragazzi; devono "presupporre la bellezza". Ogni scheda che dò agli studenti ha dietro l'intenzione di realizzare questi obiettivi.

Per non rimanere nel teorico presento qui una serie di costruzioni che ho fatto realizzare ai miei studenti, e di ciascuna fornisco una breve descrizione e analisi, anche sulla base dell'effettivo riscontro che ho avuto con i ragazzi. Alla fine dell'articolo sono riportate alcune schede relative a tali costruzioni.

Divisione di un segmento in parti uguali

Questa costruzione la faccio fare ai bambini di prima media all'inizio dell'anno, quando si lavora sui primi concetti della geometria. Si tratta di una costruzione non troppo complicata che necessita di conoscere solo i comandi base di Cabri. Poiché dividere un segmento in parti uguali di per sé è poco stimolante e motivante, ho fatto in modo che l'aspetto tecnico risultasse utile alla costruzione ma non fosse lo scopo della costruzione.
L'idea è la seguente: dividendo un segmento in parti uguali e poi muovendo

un estremo del segmento su un poligono si ottengono figure con le lunghezze in proporzione lineare (grazie al Teorema di Talete). Le figure sono generate dalle tracce dei punti che dividono il segmento in parti uguali (scheda 1). Gli studenti possono sperimentare varianti della costruzione, partire da poligoni di forme diverse e aumentare il numero di parti uguali nella divisione del segmento.

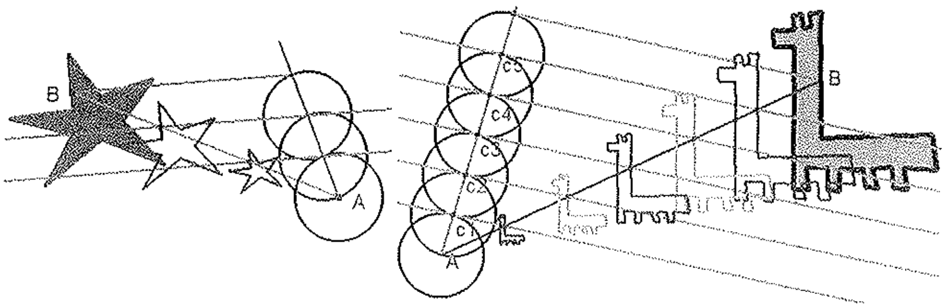


Figura 4. *Divisione di un segmento in 3 e in 6 parti uguali.* Costruzioni realizzate da bambini di prima media.

Poligoni e stelle regolari

Le costruzioni dei poligoni regolari con 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 16 lati sono un classico, così come le costruzioni delle stelle regolari. Si tratta di un esercizio di per sé tecnico ma con degli aspetti interessanti. In alcuni casi si può lasciare ai ragazzi il compito di trovare le costruzioni più semplici o quelle che si deducono da altre, magari aiutati da qualche suggerimento. Si stimola così il ragionamento e la generalizzazione. Inoltre la ripetizione di alcune sequenze di comandi è un'ottima occasione per avere maggiore dimestichezza col programma e acquistare sicurezza. Anche in questo caso gli studenti si sentono particolarmente gratificati e soddisfatti nel produrre la loro collezione di poligoni regolari e stelle colorate.

Questo tipo di costruzioni, inoltre, si presta bene ad introdurre le macro. Gli studenti possono produrre facilmente un gran numero di macro, una per ogni poligono e stella regolare che hanno costruito, e possono utilizzarle per comporre figure a loro fantasia (scheda 2).

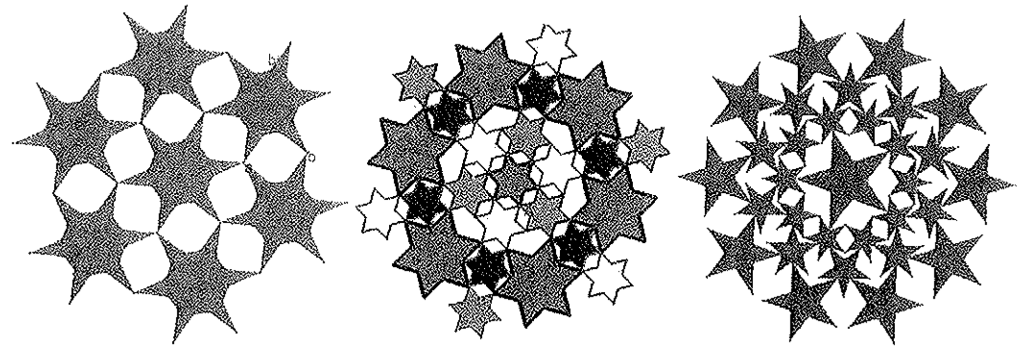


Figura 5. *Composizioni di poligoni e stelle regolari.* Disegni realizzati con le macro da studenti di prima e seconda media.

Il Teorema di Pitagora generalizzato

Una volta introdotte le macro è molto semplice far realizzare ai ragazzi delle costruzioni dinamiche fantasiose ed artistiche associate al teorema di Pitagora: costruiscono su un lato del triangolo rettangolo una composizione di poligoni e stelle regolari a loro scelta (utilizzando le loro macro), e poi riproducono la stessa composizione sugli altri due lati (scheda 3).

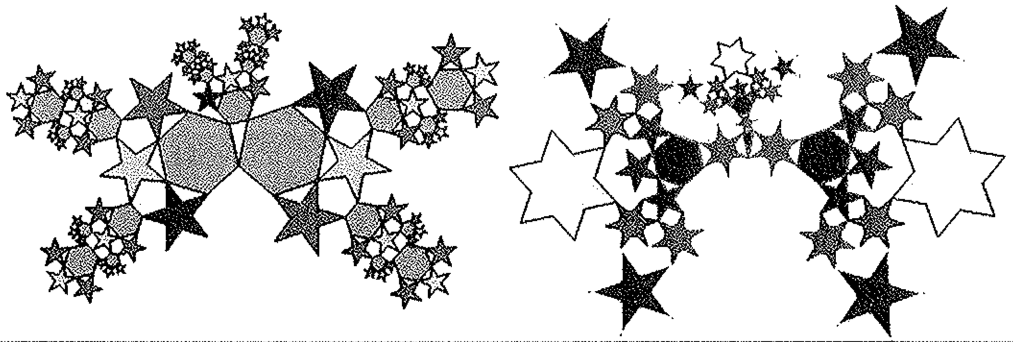


Figura 6. *Il Teorema di Pitagora generalizzato.* Costruzioni realizzate da ragazzi di seconda media. In ciascuno dei due disegni vale il Teorema di Pitagora: l'area della composizione di stelle regolari costruita sull'ipotenusa del triangolo rettangolo (bianco nella costruzione a sinistra e nero nella costruzione a destra) è uguale alla somma delle aree delle composizioni costruite sui cateti.

Incentro e circonferenza inscritta ai triangoli. Le bolle.

I punti notevoli dei triangoli sono un altro tema classico di geometria, in genere affrontato in prima media. Riporto qui l'esempio dell'incentro. Si parte dalla costruzione dell'incentro e della circonferenza inscritta. Quindi si produce la macro che dato un triangolo disegna il cerchio inscritto. A questo punto inizia la parte più interessante: si disegna un poligono a piacere con una sua triangolazione. La triangolazione è fatta in modo che muovendo uno specifico vertice della triangolazione tutti i triangoli si deformano (scheda 4). Quindi la macro permette di disegnare tutti i cerchi inscritti ai triangoli. Mettendo infine una molla al vertice vincolato si produce una *danza di bolle*, interne al poligono, che si spostano, si toccano, cambiano di dimensione, ma non si intersecano mai.

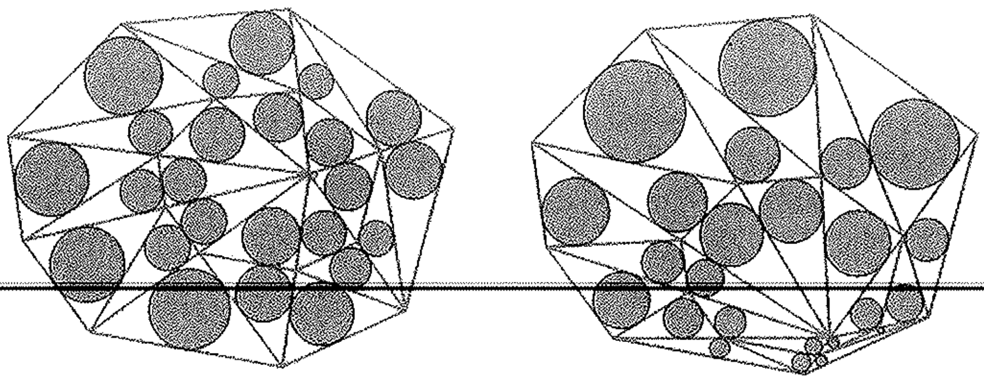


Figura 7. *Circonferenze inscritte e bolle dinamiche*. Costruzione realizzata in prima media. I due disegni rappresentano momenti diversi della stessa costruzione in movimento.

Tassellazioni

La costruzione di tassellazioni è molto utile per far lavorare gli studenti sulle isometrie del piano, argomento tipico di seconda media. Tuttavia le tassellazioni di poligoni regolari rischiano di essere poco stimolanti per i ragazzi, perché non lasciano abbastanza spazio alla fantasia e perché sono poco adatte al movimento. Per questo ho voluto sperimentare una tassellazione più complessa. Ispirandomi a una disegno di M. C. Escher ho scelto di far realizzare ai ragazzi dei tasselli a forma di cigno che traslati e ribaltati ricoprono il piano (scheda 5).

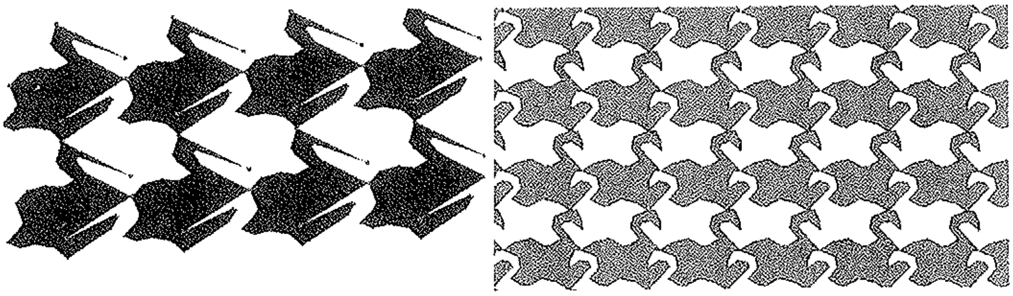


Figura 8. *Tassellazioni*. Disegni realizzati da ragazzi di seconda media.

Ci sono vari aspetti che rendono interessante questa costruzione. Nonostante i limiti imposti dal tipo di disegno, i ragazzi tentano, e in alcuni casi riescono, a disegnare il loro tassello personale: un cigno non uguale a quello degli altri. In questo modo sono disposti a mettere impegno e precisione nella costruzione. Inoltre l'incastro dei tasselli è sorprendente e curioso, e provoca quindi una certa sorpresa. Infine il primo tassello si può modificare (ad esempio muovendo la punta del becco) ed è divertente vedere un fatto sorprendente: il movimento si ripercuote su tutta la tassellazione.

Frattali

L'uso delle macro permette di costruire in maniera elegante un gran numero di frattali, ad esempio: i frattali di Sierpinski (il triangolo, il quadrato, il pentagono e l'esagono), gli alberi ricorsivi, il fiocco di neve, l'albero di Pitagora, la scatola frattale. Per i ragazzi realizzare questo tipo di costruzioni e poi deformarle e animarle risulta affascinante.

Con le *fantasie* sul triangolo di Pitagora, con le figure in scala e con queste ultime immagini, gli studenti di seconda media, con i quali si lavora parecchio sul concetto di similitudine, cominciano a introiettare qualche aspetto teorico. Ad esempio, con una seconda ho analizzato come varia il perimetro e l'area dell'insieme dei triangoli colorati nei vari passi della costruzione del triangolo di Sierpinski.

Con gli studenti di prima media si possono fare considerazioni più semplici. Tornando all'esempio del triangolo di Sierpinski, i ragazzi possono contare il numero di triangoli colorati ad ogni passo della costruzione e scoprire che crescono come le potenze di tre. In ogni caso, penso che la costruzione di figure con una struttura allo stesso tempo complessa e naturale sia estremamente utile e stimolante a prescindere dal riscontro immediato.

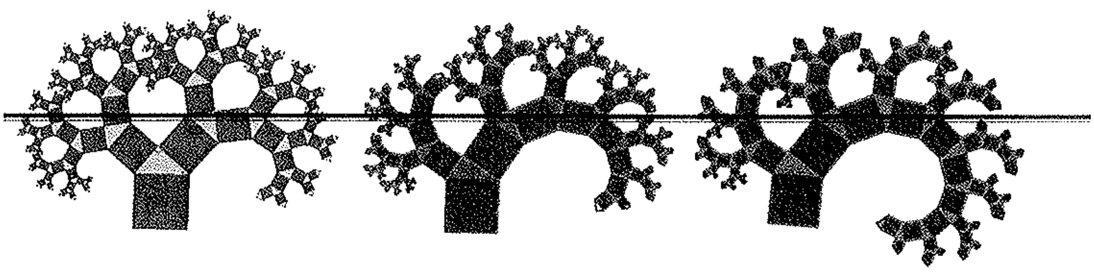


Figura 9. *Alberi di Pitagora dinamici.* Costruzioni realizzate con le macro da studenti di prima e seconda media (scheda 6).

Il blog e i video

Durante un anno di lavoro costante con Cabri, un'ora a settimana, i ragazzi creano letteralmente centinaia di piccole *opere d'arte.* Penso sia importante dare spazio e valore a tutto questo lavoro per condividerlo pienamente all'interno della classe, per analizzarlo insieme, per mostrarlo anche al di fuori della scuola. In questo modo i ragazzi sono più motivati a lavorare e diventano più consapevoli dell'attività che stanno facendo.

Lo spazio dove gli alunni trovano ogni settimana le immagini di alcune delle loro costruzioni è il mio blog[6]. I ragazzi possono commentare, ripensare al lavoro che hanno fatto, osservare quello dei compagni e constatare che le loro creazioni divengono accessibili *in tutto il mondo*, che in alcuni casi reagisce esplicitamente in modo affettivo e positivo. Inoltre il blog tiene traccia di un percorso, raccoglie nel tempo lavori, immagini, pensieri, sensazioni e reazioni. Tutto questo mi aiuta a difendere un tipo di scuola dove si cresce insieme, si costruisce qualcosa, si pensa e si condividono esperienze.

Alla fine del mio primo anno di sperimentazione con Cabri a scuola ho voluto realizzare un video con alcune delle costruzioni e animazioni create dagli alunni di prima media: *Il Magico Mondo di Cabri.* Il video, che ho caricato su YouTube, ha dato valore e importanza al nostro lavoro e ci ha permesso di raccontare al mondo questa esperienza e di meravigliarci nel leggere alcune reazioni.

6 Il blog è visibile al seguente indirizzo: mariacarla-palmeri.blogspot.com

Il montaggio del video ha richiesto un certo tempo e lavoro[7] ma la parte davvero impegnativa è far realizzare durante l'anno tutte queste costruzioni ai ragazzi.

Negli anni successivi ho continuato a creare dei video con le costruzioni dei miei alunni. Ha stupito anche me constatare come in ogni caso le loro creazioni in movimento risultino molto motivanti e li aiutino a ripensare a quello che hanno fatto, stimolandoli a lavorare sempre meglio.

In tutto i video che ho realizzato e caricato su YouTube sono[8]:

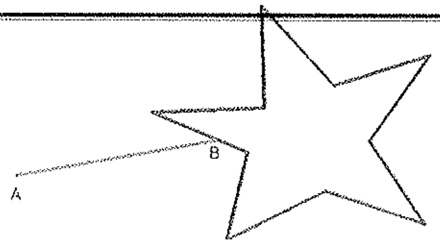
- *Il Magico Mondo di Cabri* 1N Scuola Media Granacci 2008-2009
- *Nove mesi con Cabri* 1D Scuola Media Poliziano 2009-2010
- *Mai provato con Cabri?* 2D Scuola Media Poliziano 2009-2010
- *Wacky Races* 3D Scuola Media Poliziano 2010-2011
- *Cuori* 3D Scuola Media Poliziano 2010-2011
  (video creato per Avis, associazione per la donazione del sangue)
- *Ciao Cabri!!* 3D Scuola Media Poliziano 2010-2011
- *Irrational cars!* 2D Scuola Media Poliziano 2010-2011
- *Spirali, chiocciole, paguri,...* 2D Scuola Media Poliziano 2010-2011
- *Poligoni e Stelle Regolari* 2D Scuola Media Poliziano 2010-2011

Stupefacente: i video oltre ad avere valore per me e per gli alunni, hanno avuto decine di migliaia di visualizzazioni in rete. Moltissime persone nel mondo hanno anche lasciato messaggi e commenti emozionanti. Ciò ha reso i ragazzi fieri e consapevoli del lavoro che hanno fatto. Inoltre, proprio dalle reazioni positive che i video hanno generato, è nata la piacevole occasione di raccontare e condividere qui questa esperienza.

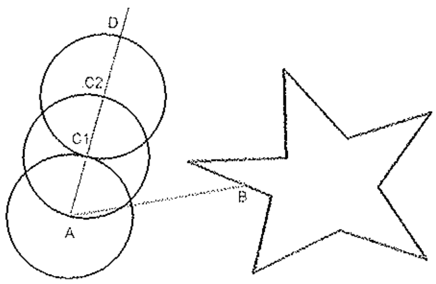
[7] Per alcuni aspetti tecnici, vedi la scheda allegata.
[8] I video sono visibili all'indirizzo: www.youtube.com/user/MariaCarlaPalmeri

Scheda 1 – Di quanto più piccoli?

Con il comando Poligono disegna una figura a tua scelta.
Disegna un segmento avente un estremo sul bordo del poligono.
Con il comando Nomi chiama A e B gli estremi del segmento come nella figura qui sotto.



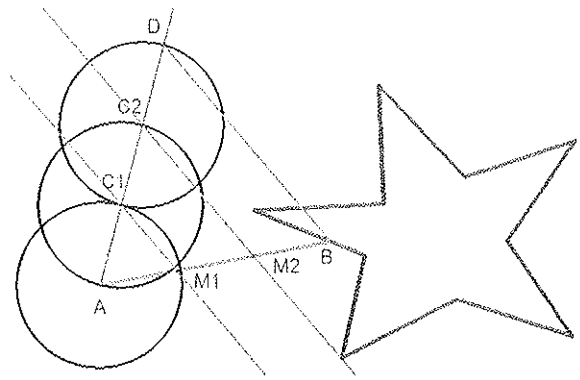
Usa il comando Semiretta (pulsante nella 3ª colonna) e disegna una semiretta con origine in A non passante per B.
Disegna una circonferenza di centro A e chiama C1 l'intersezione della circonferenza con la semiretta.
Disegna un'altra circonferenza di centro C1 passante per A e chiama C2 l'intersezione della circonferenza con la semiretta (vedi figura).
Vai avanti in questo modo e disegna quante circonferenze vuoi, di centro C2, C3, ... Chiama D l'intersezione dell'ultima circonferenza con la semiretta.



In figura sono disegnate tre circonferenze, te quante circonferenze hai disegnato in tutto?

Disegna il segmento DB.
Usa il comando Retta parallela (sotto al 5° pulsante) e clicca sul segmento DB e sul punto C1. Otterrai la retta parallela a DB e passante per C1. Chiama M1 l'intersezione della retta con il segmento AB.
Procedi allo stesso modo per tutti i punti C2, C3, ... Otterrai sul segmento

AB i punti M2, M3, ...



Con il comando Spessore (sotto l'ultimo pulsante) aumenta lo spessore dei punti M1, M2, M3,... e B. Colora ora i punti usando colori diversi.
Usa il comando Luogo (5° pulsante) e clicca su M1 e poi su punto B.
Procedi allo stesso modo con i punti M2, M3,...
Quante sono le figure in tutto?

La figura "originale" di quanto è più grande della più piccola?

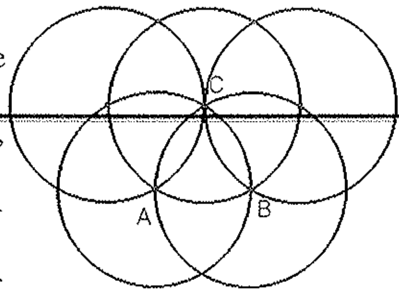
Prova a trascinare e deformare il poligono che hai disegnato.
Usa il comando Traccia e clicca sui punti M1, M2, M3,... e B.
Trascina il punto B sul bordo del poligono.
Con il comando Animazione (sotto al 10° pulsante) applica la molla al punto B.

Ripeti la costruzione cambiando la forma del poligono (a forma di omino, di pesce, di cigno,...) e il numero di circonferenze.

Scheda 2 - Poligoni e Stelle Regolari

Esagono Regolare

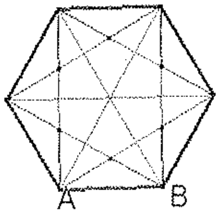
Disegna due punti A e B.
Disegna le due circonferenze di raggio AB e centro prima A e poi B.
Chiama C uno dei due punti di intersezione, come in figura.
Disegna la circonferenza di centro C e passante per A.
Disegna altre due circonferenze passanti per C in modo da ottenere la figura a fianco.



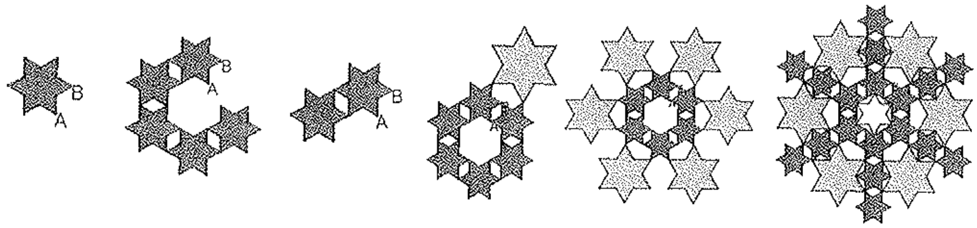
Trova i punti di intersezione della circonferenza di centro C con le altre circonferenze.
Scegli il comando Poligono e clicca sul punto A, poi sul punto B e poi in successione sugli altri punti della circonferenza di centro C che formano un esagono regolare, fino a tornare in A.
Colora l'esagono a tua scelta.
Scegli il comando Oggetti iniziali (7° pulsante) e clicca sul punto A e poi sul punto B.
Scegli il comando Oggetti finali e clicca sul poligono.
Scegli il comando Definizione della macro... , scrivi "Esagono Regolare" e clicca OK.
Prova la nuova macro.

Stella a 6 punte

Disegna due punti A e B.
Utilizza il comando Esagono Regolare e clicca su A e su B.
Disegna con dei segmenti le diagonali dell'esagono e trova i loro punti di intersezione.

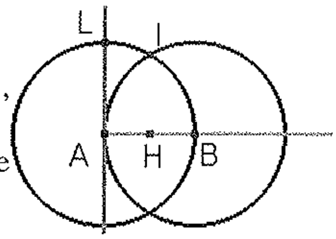


Disegna la stella che si forma all'interno del pentagono e colorala (vedi figura).
Definisci una nuova macro i cui oggetti iniziali sono A e B, l'oggetto finale è il poligono a stella e il nome è "Stella 6 punte".
Prova la nuova macro: disegna due punti, chiamali A e B, poi scegli il comando Stella 6 punte (7° pulsante) e clicca su A e B.
Applicando ripetutamente il comando puoi creare delle composizioni:

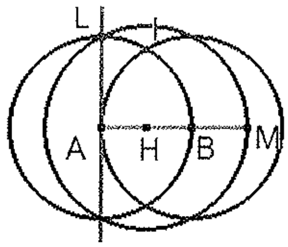


Per modificare la costruzione muovi i punti iniziali A e B.

Pentagono Regolare

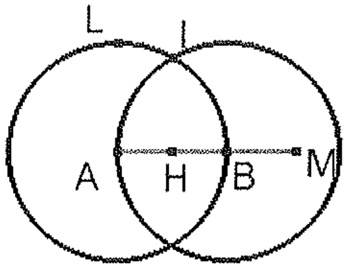


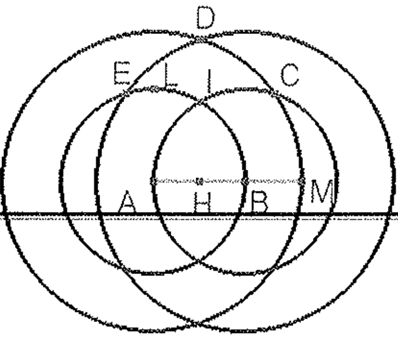
Disegna due punti A e B.
Disegna le due circonferenze di raggio AB, facendo centro prima in A e poi in B.
Chiama I uno dei due punti di intersezione, come nella figura.
Con il comando <u>Punto medio</u> clicca su A e su B.
Chiama H il punto medio tra A e B.
Scegli il comando <u>Semiretta</u> e clicca prima su A e poi su B (vedi figura).
Disegna la retta passante per A e perpendicolare alla semiretta.
Chiama L uno dei due punti di intersezione tra la retta e la circonferenza di centro A, come in figura.



Disegna la circonferenza di centro H e raggio HL.
Chiama M il punto di intersezione tra la semiretta e la circonferenza di centro H.
Nascondi la semiretta e disegna il segmento AM.

Nascondi ora la circonferenza di centro H e la retta.

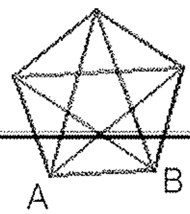




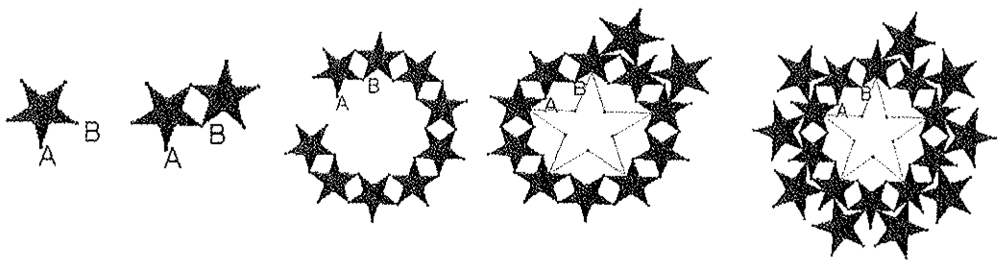
Scegli il comando Compasso e clicca su AM e poi su A.
Chiama C il punto di intersezione tra la nuova circonferenza e quella di centro B e raggio AB, come in figura.
Sempre con il comando Compasso clicca su AM e su B.
Chiama E il punto di intersezione tra la nuova circonferenza e quella di centro A e raggio AB, come in figura.
Chiama D il punto di intersezione delle due nuove circonferenze, come in figura.

Disegna il poligono di vertici ABCDE e coloralo.
Definisci una nuova macro con il nome: "Pentagono Regolare" e provala.

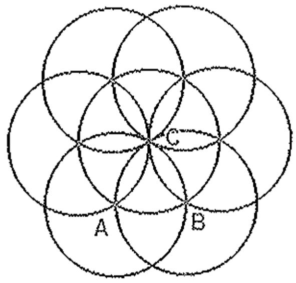
Stella a 5 punte



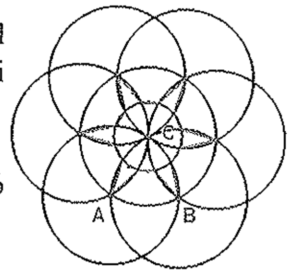
Disegna due punti A e B.
Con il comando Pentagono Regolare clicca su A e su B.
Disegna con dei segmenti le diagonali del pentagono e trova i loro punti di intersezione.
Disegna la stella che si forma all'interno del pentagono.
Definisci una nuova macro con il nome: "Stella 5 punte".
Prova la nuova macro: disegna due punti, chiamali A e B, poi scegli il comando Stella 5 punte (7° pulsante) e clicca su A e B.
Applicando ripetutamente il comando puoi creare delle composizioni del tipo in figura. Per modificare la costruzione muovi i punti A e B iniziali.
Applicando ripetutamente il comando puoi creare delle composizioni:



Fiore a 6 punte



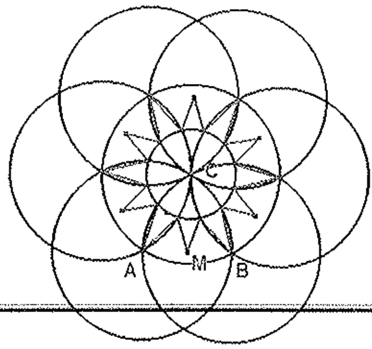
Disegna due punti A e B e ripeti l'inizio della costruzione dell'esagono regolare per ottenere la figura qui a fianco.
Scegli il comando Punto medio e clicca su A e C.
Disegna la circonferenza di centro C e passante per il punto medio tra A e C.
Trova i 12 punti di intersezione tra la circonferenza piccola e le 6 circonferenze grandi passanti per C.



Utilizza i punti della costruzione per disegnare con il comando Poligono una stella, come nella figura qui accanto.
Colora la stella a tua scelta.
Definisci una nuova macro con il nome: "Fiore a 6 punte".
Prova la tua nuova macro e sperimenta composizioni.

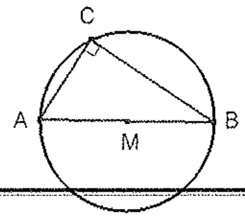
Fiore a 12 punte

Disegna due punti A e B e ripeti l'inizio della costruzione della stella a 6 punte, fino a ottenere tutte le circonferenze grandi e la circonferenza piccola.



Scegli il comando Punto medio e clicca sui punti A e B.
Trova i punti medi di tutti gli altri lati dell'esagono di lato AB.
Utilizza i punti della costruzione per disegnare una stella a 12 punte, come nella figura qui accanto.
Colora la stella e definisci una macro col nome: "Fiore a 12 punte".
Chiaramente prova la macro e sperimenta nuove costruzioni.
Puoi anche usare le macro delle altre stelle...

Scheda 3 - Il teorema di Pitagora personalizzato...



Si comincia sempre da un triangolo rettangolo

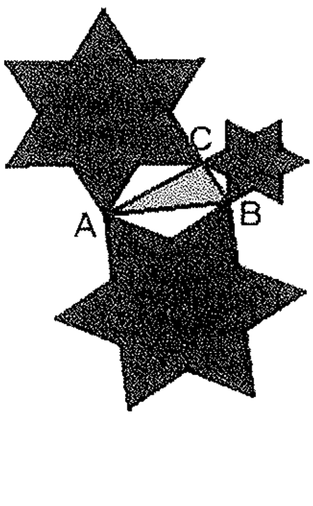
Disegna il segmento AB e trova il punto medio di AB.
Disegna la circonferenza di centro M e passante per A.
Metti un punto sulla circonferenza e chiamalo C.
Disegna il triangolo ABC.
Nascondi la circonferenza e il punto M.
Con il comando Segna un angolo (10° pulsante) segna l'angolo retto.
Muovi C. Il triangolo si deforma, ma l'angolo $A\hat{C}B$ resta sempre retto.

Le stelle a 6 punte costruite sui lati e sull'ipotenusa

Scegli il comando Stella 6 punte (7° pulsante) e clicca su A e C, poi su C e B, e infine su B e A. Muovi C. Le figure cambiano dimensione.

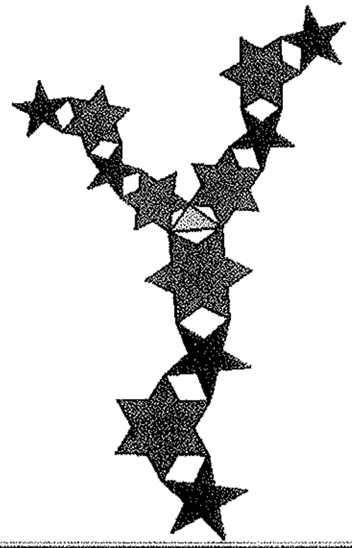
Pitagora con le stelle a 6 punte

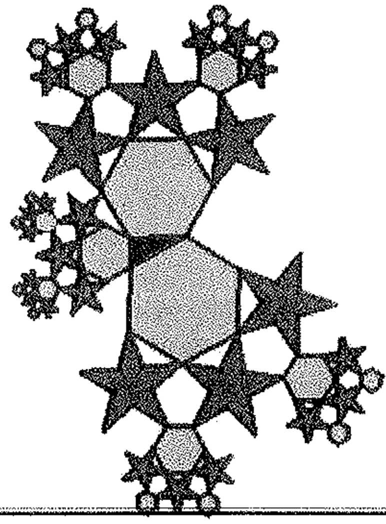
Scegli il comando Area (9° pulsante) e clicca su ciascun poligono.
Scegli il comando Calcolatrice... (9° pulsante). Clicca sul valore dell'area della stella costruita su AC, digita "+", clicca sul valore dell'area della stella costruita su BC, digita "=". Osserva il risultato: è uguale all'area della stella costruita su AB.
Trascina il risultato con il mouse vicino al disegno.
Muovi i punti A, B e C e osserva cosa succede ai numeri che hai trovato.



Pitagora con altre figure
Analogamente a quanto fatto sopra, disegna un altro triangolo rettangolo e prova altre macro: la stella a 5 punte, l'esagono, ...

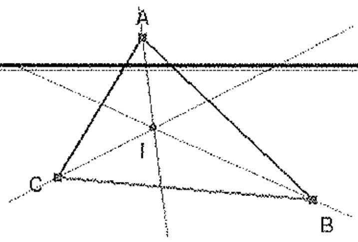
Pitagora che si ripete all'infinito
Costruisci sopra a ciascuna stella a 6 punte del primo triangolo una stella a 5 punte, poi un'altra stella a 6 punte ... (prima figura).
Vale ancora Pitagora ?
Prova anche altre macro e inventa la tua estensione di Pitagora (attenzione nella costruzione deve continuare a valere il teorema!).
Un esempio è riportato nella seconda figura: su 1 esagono ci sono 3 stelle a 6 punte, tra ciascuna stella c'è 1 esagono, e la costruzione si ripete ...



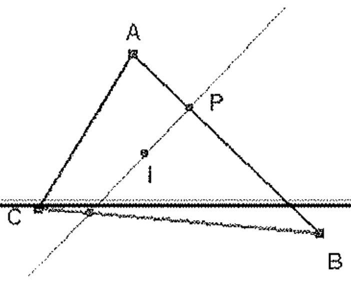


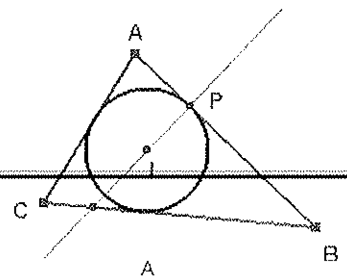
cheda 4 - Bisettrici, incentro e ... bolle!

)isegna un triangolo ABC. Con il comando Spessore... aumenta lo spessore
el triangolo. Con il comando Bisettrice (5° pulsante) disegna le bisettrici
i ciascun angolo interno.
.e tre rette si incontrano in uno stesso punto:
incentro del triangolo.

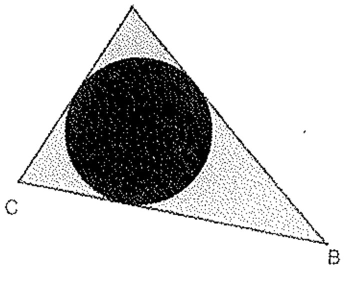


[sa il comando Intersezione di due oggetti e
licca su due delle tre rette.
'hiama I l'intersezione.
'ascondi le tre bisettrici.
cegli il comando Retta perpendicolare e clicca su I e su un lato (scegliamo
lato AB).
isegna il punto di intersezione tra la retta ed il lato AB, e chiamalo P. Di-
:gna la circonferenza di centro I e passante per P.



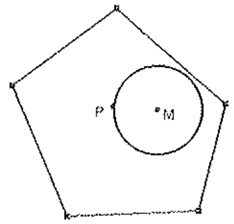


ascondi la retta ed i punti I e P.
on il comando Riempimento... metti un
›lore al cerchio e un colore diverso al tri-
ıgolo.



d ora la Macro. Come oggetto iniziale
:egli il triangolo ABC.
ome oggetti finali scegli la circonferenza.

nome della macro è: "Bolla".

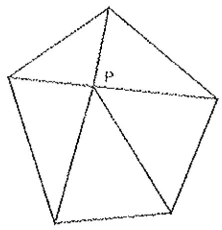


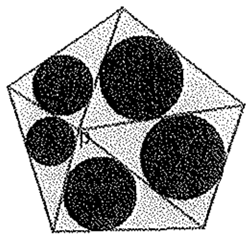
isegna un poligono convesso.
:egli due vertici non consecutivi e disegna il
ınto medio. Chiamalo M.

Disegna una circonferenza di centro M in modo che sia tutta interna al poligono. Scegli un punto sulla circonferenza e chiamalo P.
Nascondi la circonferenza e il punto M.

Ed ora puoi andare avanti in due modi, o provarli tutti e due (il primo è più semplice).

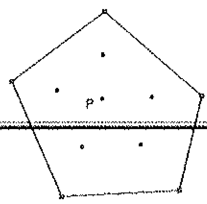
Prima possibilità
Disegna i triangoli che hanno un lato coincidente con un lato del poligono e come terzo vertice P. Avrai tanti triangoli quanti i lati del tuo poligono.

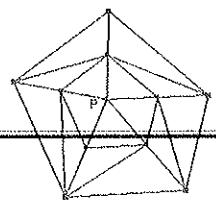


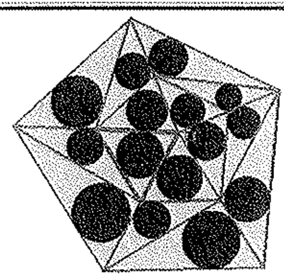


Con il comando Bolla clicca sul bordo di ciascun triangolo.
Prova a deformare a muovere il punto P e poi a deformare il poligono.
Scegli il comando Animazione e clicca sul punto P.

Seconda possibilità: ancora più bolle!
Trova i punti medi tra P e ciascun vertice del poligono.
Poi disegna tanti triangoli come in figura (i triangoli sono il triplo dei lati del poligono):



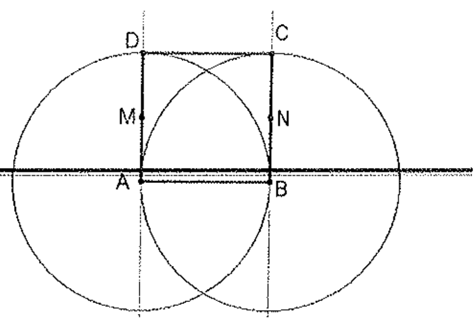




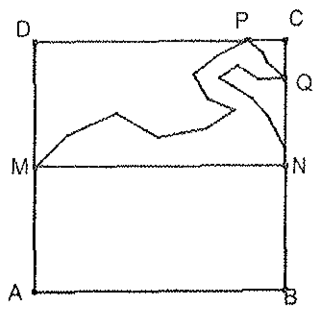
Con il comando Bolla clicca sul bordo di ciascun triangolo.
Prova a deformare il poligono e poi a muovere il punto P.
Scegli il comando Animazione e clicca su P.

Scheda 5 – Tassellazione. I cigni incastrati.

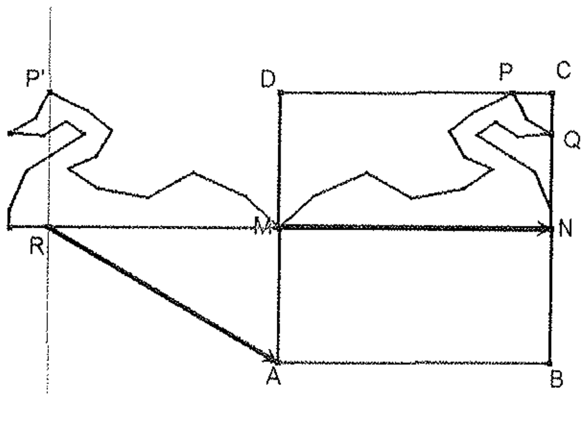
Disegna un segmento AB e costruiscici il quadrato di lato AB: disegna le circonferenze di centro A e B, e raggio AB; disegna le rette perpendicolari ad AB passanti per A e B; con il comando Poligono disegna il quadrato ABCD.
Trova il punto medio M di AD ed N di BC.
Nascondi le circonferenze e le rette.



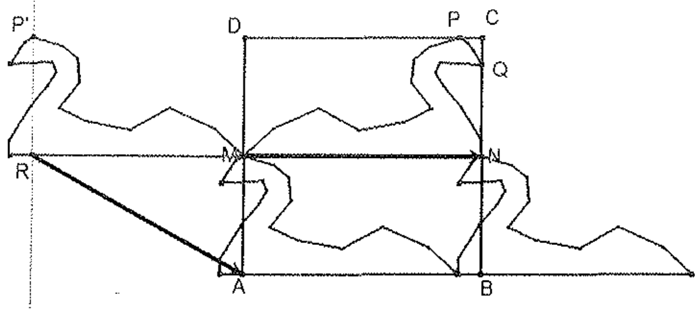
Scegli un punto su CD (vicino a C) e chiamalo P. Aumenta lo spessore di P.
Scegli un punto su BC (vicino a C) e chiamalo Q. Aumenta lo spessore di Q.
Disegna un poligono a forma di mezzo cigno come in figura: un lato deve coincidere con AB, la punta più alta della testa deve essere P e la punta del becco Q.



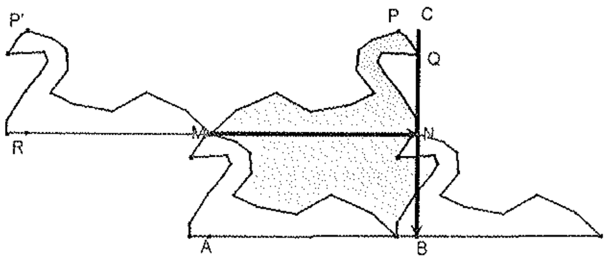
Scegli il comando Simmetria assiale (6° pulsante) e clicca sul mezzo cigno e sul lato AD: hai ribaltato il mezzo cigno rispetto al lato AD.
Chiama P' il simmetrico di P e disegna con il comando Retta parallela la retta passante per P' e parallela ad AD.
Chiama R l'intersezione della retta con il cigno ribaltato.
Disegna i vettori RA e MN.



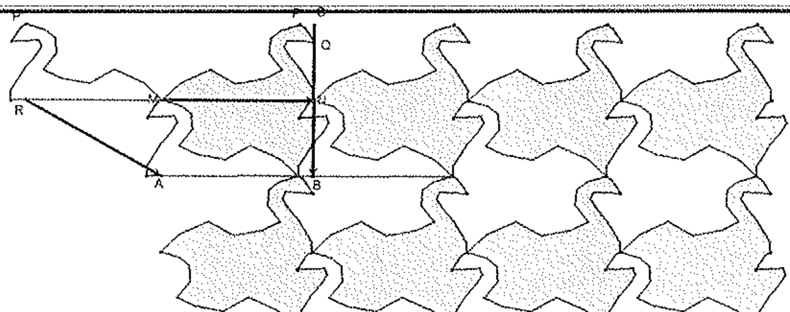
Scegli il comando Traslazione (6° pulsante) e clicca sul mezzo cigno ribaltato e sul vettore RA, poi sul mezzo cigno traslato e sul vettore MN.



Usa il comando Poligono e clicca su tutti i vertici dei mezzi cigni che formano il poligono a forma di cigno intero (vedi figura).
Colora il cigno.
Disegna il vettore CB.
Nascondi il quadrato, la retta e il vettore RA.



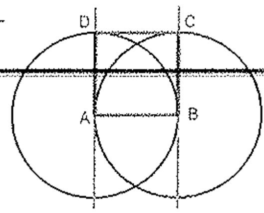
Trasla il cigno usando i vettori CB ed MN.
Ripeti le traslazioni in modo da costruire una tassellatura sempre più grande.
Guarda bene: le parti non colorate sono esattamente i cigni ribaltati !
Prova a deformare il mezzo cigno originale...



Scheda 6 - L'albero di Pitagora

Il quadrato

Disegna un segmento di estremi A e B (**attenzione**: A deve essere il primo punto che hai cliccato e B il secondo). Costruisci il quadrato di lato AB:



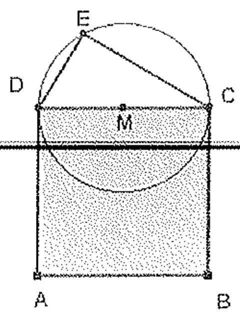
- traccia la perpendicolare ad AB passante per A
- traccia la perpendicolare ad AB passante per B
- disegna la circonferenza di centro A e passante per B
- disegna la circonferenza di centro B e passante per A
- metti i punti C e D come in figura
- scegli il comando Poligono e clicca **nell'ordine** sui punti A, B, C e D

Nascondi tutto tranne il quadrato.

Con il comando Riempimento... colora il quadrato.

Costruisci la Macro del quadrato: l'oggetto iniziale è il segmento AB, l'oggetto finale è il poligono, il nome della Macro è "Quadrato".

Il triangolo sul quadrato



Disegna il punto medio di CD e chiamalo M.

Disegna la circonferenza di centro M e passante per C.

Metti un punto E sulla circonferenza esterno al quadrato (vedi figura).

Con il comando Triangolo clicca **nell'ordine** sui punti D, E e C.

Nascondi la circonferenza e il punto M.

Con il comando Riempimento... colora il triangolo.

Prova a muovere E. Il triangolo si trasforma.

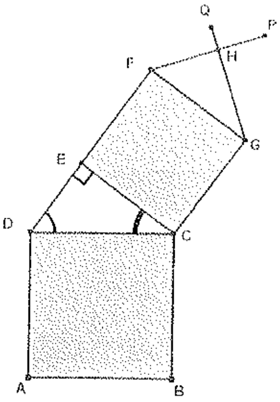
Scegli il comando Segna un angolo (10° pulsante) e clicca **nell'ordine** su:

- D, E e C (l'angolo è retto)
- E, D e C
- E, C e D

Clicca sul comando Aspetto... (ultimo pulsante), scegli il doppio archetto e clicca sul segno dell'angolo ECD.

Il triangolo figlio

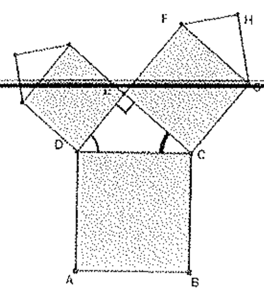
Scegli il comando Quadrato (7° pulsante) e clicca sul lato EC del triangolo. Chiama F e G gli altri due vertici del nuovo quadrato (vedi figura).
Scegli il comando Rotazione (6° pulsante) e clicca su G, poi su F, e infine sul segno dell'angolo EDC.
Chiama P il nuovo punto. Disegna il segmento PF.
Con il comando Rotazione clicca su F, poi su G, e infine sul segno dell'angolo ECD.
Chiama Q il nuovo punto. Disegna il segmento QG.
Chiama H il punto di intersezione tra PF e QG.
Con il comando Triangolo clicca **nell'ordine** sui punti F, H e G.
Nascondi i segmenti PF e QG ed i punti P e Q.
Con il comando Riempimento... colora il triangolo FHG.
Muovi il punto E. Il triangolo piccolo ha sempre i 3 angoli congruenti a quelli del triangolo grande...



Ed ora la Macro. Scegli il comando Oggetti iniziali e clicca **nell'ordine** sul segno dell'angolo EDC, poi sul segno dell'angolo ECD, e infine sul quadrato EFGC.
Scegli il comando Oggetti finali e clicca sul triangolo FHG.
Scegli il comando Definizione della macro e scrivi: "Triangolo figlio".

La biforcazione

Scegli il comando Quadrato (7° pulsante) e clicca sul lato DE del triangolo.
Scegli il comando Triangolo figlio (7° pulsante) e clicca **nell'ordine** sul segno dell'angolo EDC, poi sul segno dell'angolo ECD, e infine sul quadrato di lato DE.
Ed ora l'ultima Macro. Scegli il comando Oggetti iniziali e clicca sul triangolo CDE.
Scegli il comando Oggetti finali e clicca sui due quadrati costruiti sui lati del triangolo CDE, e poi sui due triangoli figli.
Scegli il comando Definizione della macro e scrivi: "Biforcazione".



L'albero infinito!!

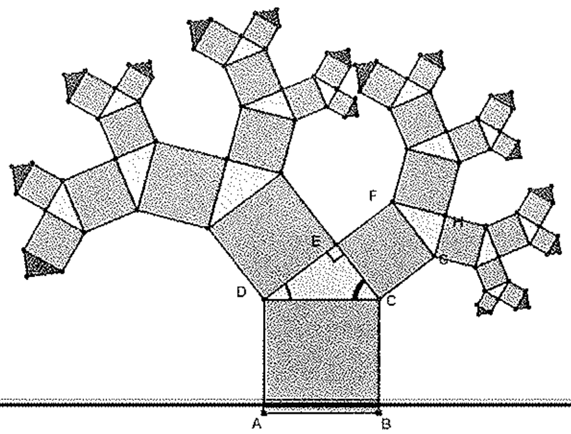
Ed ora prova la nuova macro: Scegli il comando Biforcazione e clicca sui due triangoli figli.

Poi ancora sui 4 triangolini, poi sugli 8 triangolini, poi sui 16 triangolini, e poi...

Prova a deformare l'albero muovendo il punto E.

Scegli il comando Animazione (10° pulsante) e poi clicca sul punto E. L'albero si deforma da solo...

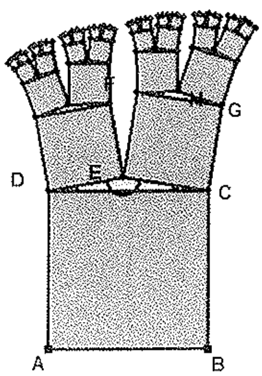
Prova anche a muovere i punti A e B, l'albero cambia dimensione...



Gli asparagi!?

Per formare alberi più strani fai così: scegli il comando Ridefinizione di un oggetto, clicca sul punto E e scegli l'opzione "Punto".

Ora puoi muovere E dove vuoi... l'angolo DÊC non è più sempre retto: se avvicini E al lato DC l'angolo diventa ottuso. Prova... più che un albero sembrano asparagi!!



Scheda tecnica – Il montaggio dei video

L'uso delle animazioni e delle tracce di Cabri produce immagini e sensazioni visive interessanti e belle. In particolare, le costruzioni e animazioni dei ragazzi sono sempre molto colorate e fantasiose. La realizzazione di un video con tali animazioni richiede poche conoscenze tecniche. Occorre però tempo e pazienza per rivedere in dettaglio tutte le costruzioni dei ragazzi e decidere quali mettere nel video (che altrimenti verrebbe lunghissimo) avendo cura di dare il giusto spazio a ciascun ragazzo.

Le immagini in movimento prodotte da Cabri possono essere catturate con specifici software in grado di registrare ciò che avviene sullo schermo[9].

Per montare i vari pezzi ho usato Windows Movie Maker, semplicemente perché era quello che avevo a disposizione sul computer, ma si può utilizzare qualsiasi altro programma per l'*editing* di video. Chiaramente lo stesso programma permette di aggiungere la musica.

Il processo è piuttosto semplice, ma ci vuole un po' di pazienza per fare un buon montaggio e per cercare di fare in modo che le immagini quasi *danzino* al ritmo della musica.

Bibliografia

Barra M., 2010, Rivoluzioni in atto: problemi e ricerca di soluzioni. Sviluppo della creatività. Importanza sociale e aspetti didattici dei Dynamic Geometry Software. Il pensiero di alcuni grandi maestri. Fusionismo olistico, in *Seminari di Geometria Dinamica*, a cura di Accascina G. e Logora E., Ed. Nuova Cultura, Roma, pp. 63-110.

D'Amore B., 1990, *Elementi di Didattica della Matematica*, Pitagora Editrice, Bologna.

~~Pettini M., 2009, "Una rosa a Fleming". Teorie scientifiche della natura e~~ della realtà umana, in *Il sogno della farfalla*, N.1, Nuove Edizioni Romane, pp. 5-28.

Poincaré J. H., 1997, *Scienza e metodo*, Einaudi, Torino.

Maria Carla Palmeri

[9] Sono disponibili molti software per la catturare video ed immagini. Nello specifico io ho usato la versione base di HyperCam.


VÉLOCIPÈDES
DOMBRET & JUSSY
S^T ETIENNE LOIRE
Aoh!
Aoh! enfoncées les Machines Anglaises
LE SLOUGHI